

マルコフ連鎖によるアンケート分析の試み

—女子大学生の数学の印象の予測—

崎野 三太郎*

Attempt of Questionnaire Analysis by Markov Chain
Prediction of Mathematics Impression of Women's College Students

Santaro SAKINO*

<あらまし> 数学を1年次で終了した学生で、2年次と3年次に同一学生に対し2回に渡って数学の印象のアンケートを行った。印象の推移がマルコフ過程に従うものと仮定して、将来の印象をマルコフ連鎖によるシミュレーションを行い予測した。推移確率行列が正則にならない項目を省き、予測できた項目は印象が「どちらでもない」の周りに収束した。その中で“やや肩がこる”と低い評価があった。

キーワード： マルコフ連鎖、シミュレーション、数学、印象、予測

Keywords: Markov chain, simulation, mathematics, impression, prediction

1. はじめに

崎野は、[1]、[2] で学生の算数と数学に対する印象を調査した。これは、その時の学生の算数、数学の印象である。しかし、これらの調査から学生が数学に対して将来どのような印象を持つのか、あるいは、持ち続けるのか分からない。

本学の家政学科の学生は1年次に数学を終了し卒業まで数学の授業はない。それ故、その後の数学に対する印象は、卒業後も持ち続けるのではないかと思われる。それを予測することは、授業のあり方を考えることや、生涯教育の観点からも得るものがあると思われる。

2. 本研究の目的

本学生が数学に対する印象を将来どのように持ち続けるかを、2回のアンケートより、印象の推移がマルコフ過程に従うことと仮定して、マルコフ連鎖を用いて予測することが目的である。

3. マルコフ連鎖

マルコフ連鎖とは、とりうる値が離散的で、次の状態が過去の状態に依存せず、現在の状態によって決まる確率過程のことである。時点 k における状態ベクトルを a_k 、推移確率行列を P とおくと、時点 $k+1$ の状態ベクトルは、

$$a_{k+1} = a_k P \quad (k=0,1,2,\dots)$$

で表される。また、 P^n は n の値が無限大に近づくとき、ある一定の値に近づく。その時

$$a_0 P^n \quad (n \rightarrow \infty) \quad (a_0 \text{ は初期ベクトル})$$

の状態ベクトルを定常分布という。

4. 方法

対象は、東北女子大学 家政学科 2年生 31名、3年生 31名。調査時期は、2013年（平成25年）5月、2014年（平成26年）7月。アンケートは15項目5段階評価。使用ソフトウェアは、統計解析ソフト R、HAD（清水裕士 広島大学大学院総合科学研究科）、数式処理ソフト Maxima (<http://maxima.sourceforge.net/>)、EXCEL2010 である。

*東北女子大学

データは、同一学生の31組の1対1の対応のあるデータである。項目データは表1に示し、肯定的な言葉を5（左側）、否定的な言葉を1（右側）とする。（表1）

数学に対する印象を、15項目5段階評価でアンケートを行う。各項目について、1回目の数学に対する印象と、1年後に行った2回目の数学の印象の変化を、推移行列として求める。それより推移確率行列を求める。2回目のアンケートの結果を初期ベクトルとし、マルコフ連鎖により定常分布を求め、将来の印象の予測を行う。また、平成25年、平成26年のアンケートのプロフィールとの比較を行う。

表1 アンケート項目

1 おもしろい	つまらない	9 速い	遅い
2 よい	よくない	10 気持ちが良い	気持ちが悪い
3 とっつきやすい	とっつきにくい	11 かつこ良い	かつこ悪い
4 こわくない	こわい	12 楽しめる	楽しめない
5 いきいきしている	手ごたえがない	13 肩がこらない	肩がこる
6 役に立つ	役に立たない	14 どんどん変わる	くり返し
7 力強い	頼りない	15 がっちりしている	ふらふらしている
8 好き	嫌い		

表2 平成25、26年の評価値の平均値

	1	2	3	4	5	6	7	8
H25	3.0	3.2	2.2	2.7	3.1	3.7	3.4	2.4
H26	2.9	3.2	2.1	2.6	3.0	3.6	3.3	2.3
	9	10	11	12	13	14	15	
H25	3.7	2.8	4.0	2.7	2.0	2.6	3.6	
H26	3.6	2.7	3.9	2.6	2.0	2.6	3.5	

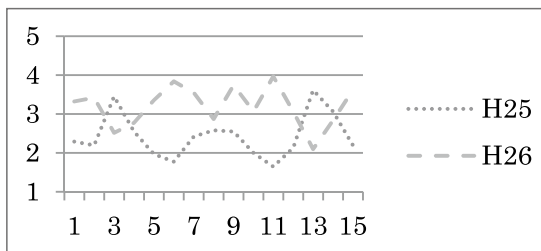


図1 平成25年、26年のプロフィール

5. 結果

項目8（好き5 - 1嫌い）を例にして述べる。

1回目と2回目の5段階評価（1 - 5）の頻度を求める。次に、1回目から2回目に推移した表を作成する。これが推移行列となる。（表3）

1回目（1 - 5）（8, 9, 6, 4, 4）

2回目（1 - 5）（6, 8, 8, 2, 7）

表3 項目8の推移行列

		2回目						
		8	1	2	3	4	5	計
1回目	1	0	1	1	1	1	5	8
	2	0	2	4	1	2	2	9
	3	1	3	2	0	0	0	6
	4	1	2	1	0	0	0	4
	5	4	0	0	0	0	0	4
計		6	8	8	2	7		31

次に、この表から、1回目から2回目の印象の変化の推移確率行列を求める。推移行列の各行の合計で、その行の値を割った値が、推移確率となる。（表4）

また、予測には、2回目の頻度（6, 8, 8, 2, 7）を初期ベクトルとする。

表4 項目8の推移確率行列

		2回目						
		8	1	2	3	4	5	計
1回目	1	0.00	0.13	0.13	0.13	0.13	0.63	1.0
	2	0.00	0.22	0.44	0.11	0.11	0.22	1.0
	3	0.17	0.50	0.33	0.00	0.00	0.00	1.0
	4	0.25	0.50	0.25	0.00	0.00	0.00	1.0
	5	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.0

（1、2行目の合計が1にならないのは少数点以下2桁表示のため）

マルコフ連鎖では、 $n + 1$ 回目の状態ベクトルは、推移確率行列を n 回掛けた推移確率行列を求め、初期ベクトルにその推移確率行列を掛けることで求めることができる。これが、時点 $n + 1$ の

ときの予測ベクトルとなる。

初期ベクトル $a_0 = (6, 8, 8, 2, 7)$ とすると
項目 8 の推移確率行列 P は

$$P = \begin{pmatrix} 0.00 & 0.13 & 0.13 & 0.13 & 0.63 \\ 0.00 & 0.22 & 0.44 & 0.11 & 0.22 \\ 0.17 & 0.50 & 0.33 & 0.00 & 0.00 \\ 0.25 & 0.50 & 0.25 & 0.00 & 0.00 \\ 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$

定常分布を求めるには、推移確率行列が正則な行列（固有値が存在する正方行列）ならば、線型代数の問題として固有値を求める方法でできるが、今回は、固有値を求める方法を使わず、予測ベクトルの変動を観察するため、定常状態になるまで推移確率行列を掛けるシミュレーションの方法を用いる。定常分布の判定は、収束条件 (eps=0.0001) を設定し、ベクトルのすべての値がその前の値との差が収束条件以下になった時を収束とする。その時のベクトルの値を定常分布とする。項目 8 の場合 31 回目で定常状態になる。(図 2)

$n=31$ の定常状態の P^{31} は

$$P^{31} = \begin{pmatrix} 0.27 & 0.23 & 0.22 & 0.06 & 0.22 \\ 0.27 & 0.23 & 0.22 & 0.06 & 0.22 \\ 0.27 & 0.23 & 0.22 & 0.06 & 0.22 \\ 0.27 & 0.23 & 0.22 & 0.06 & 0.22 \\ 0.27 & 0.23 & 0.22 & 0.06 & 0.22 \end{pmatrix}$$

$a_0 = (6, 8, 8, 2, 7)$

これより

$a_0 P^{31} = (8.44, 6.98, 6.92, 1.83, 6.83)$

よって、項目 8 の定常分布は、

$(8.44, 6.98, 6.92, 1.83, 6.83)$

となる。

得られた定常分布から、プロフィール作成のために、平均値を求める。

$(8.44 \times 1 + 6.98 \times 2 + 6.92 \times 3 + 1.83 \times 4 + 6.83 \times 5) / 31 = 2.73$

よって、項目 8 の平均値は 2.73 となる。

シミュレーションの結果、 n が 31 回以上で定常状態になることが分かる。(図 2、図 3)

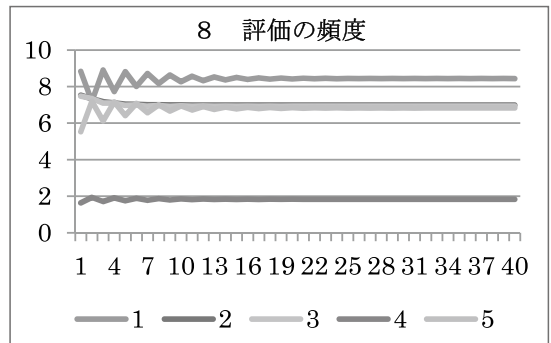


図2 項目 8 の評価値の頻度の推移 (40 回まで)

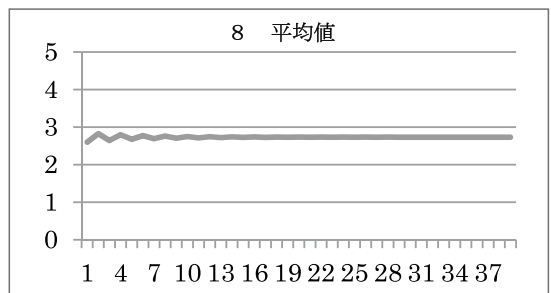


図3 項目 8 の平均値の推移 (40 回まで)

これを、15 の項目全てに対して行う。項目 2, 6, 10, 11 の値はシミュレーションの結果 0 に近づいていく。これは、これらの項目の推移行列の要素がすべて 0 の行や列があり、正則な行列とまらないからである。よって、予測から省く。

シミュレーションの結果、省いた項目以外は 40 回目で定常分布になることが分かる。全項目のシミュレーションから得られた平均値の推移のグラフを図 4 に示す。

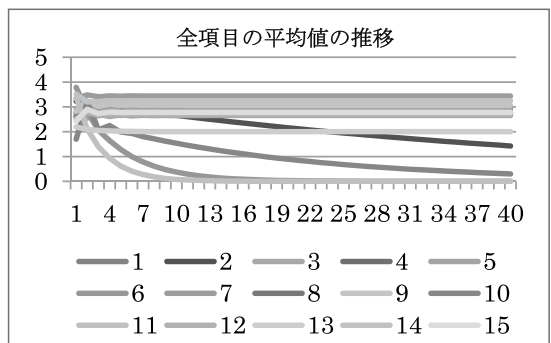


図4 シミュレーションによる平均値の推移

定常分布より得られた平均値は次の通りである。
 (3,x,2.7,2.8,2.9,x,3.4,2.7,3.1,0.3,x,x,2,3,2,2.8)
 (xは、項目 2, 6, 10, 11 である。)

定常状態の平均値のプロフィールを図5に示す。

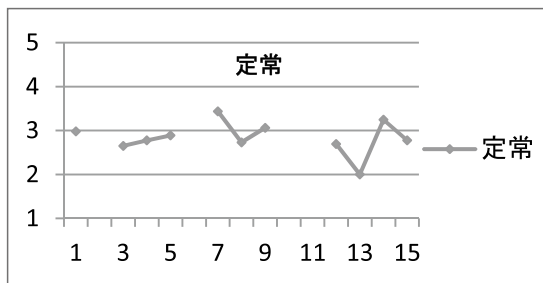


図5 定常状態の平均値のプロフィール

平成 25 年、平成 26 年のプロフィール(図1)と、定常状態の平均値のプロフィール(図5)と比較する。

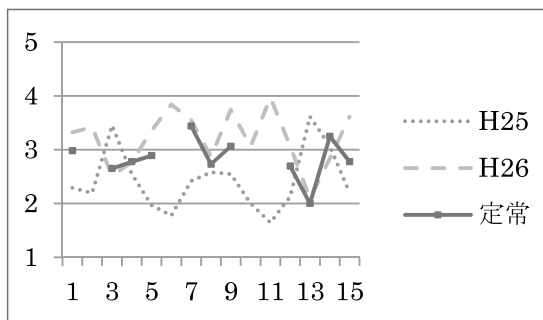


図6 H25, H26, 定常状態のプロフィール

6. まとめ

印象が将来も同様の確率で推移していくことを仮定することには無理があるが、同一学生の対応する2回のアンケートの結果から、推移確率行列が得られ、マルコフ連鎖モデルで将来の印象を予測できることが分かった。

平成 25 年から平成 26 年に大きく下がっている項目が、定常状態で平成 26 年の下がった同じくらいの値に収束している。ほとんどの項目は、「3 どちらでもない」の周りに収束している。特に下がっているのは項目 13 の「肩がこる」である。

5段階評価の推移行列を求めるには、サンプル数が少なく、行や列が全て0になる場合があり、正則な行列とならない場合があった。その項目は、シミュレーションの結果、各評価は0に近づいていく。このため、このようになった2,6,10,11の項目は、省いた。

得られた結果から、数学に対する持ち続ける印象で、特徴的なことは、ちょっと「肩がこる」という負の印象と、あとは「どちらでもない」という印象である。

将来、数学に対する印象は、と聞かれたとき、そんなに好きでも嫌いでもないが、どちらかというところ、ちょっと肩がこる感じかな、という予測である。

7. おわりに

2, 6, 10, 11 の項目は、「良い」、「役に立つ」、「気持ちが良い」、「かっこ良い」の項目であり、1 回目に5の評価が全くなかったため推移行列で、0の行ができた。4×4の行列や3×3の行列にして計算してあるが、今回はすべて同じ条件で計算できる項目だけを予測の対象とした。データ数が少ないためか、もともとそのような印象なのか他の調査結果と比較したい。また、数学に対する印象が平成 25 年から平成 26 年にかけて大きく変化している。この分析は、別の機会にしたい。

謝辞

アンケートにご協力して頂いた、東北女子大学 今村麻里子先生と家政学科の学生に感謝いたします。

参考文献

1. 崎野三太郎 女子大学生の算数と数学に対する印象の調査 東北女子大学・東北女子短期大学紀要 (52), 116-121, 2014-01-28
2. 崎野三太郎 女子大学新入生の算数と数学の印象の調査 日本教育工学会 第30回全国大会 2014年9月 岐阜大学 813-814, 3a-102-03